

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 + 3i$ și $z_2 = 4 - 6i$. Arătați că numărul $z_1 z_2 + 2z_1 + z_2$ este real.
- 5p 2. Calculați $(f \circ g)(0)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 - 4) = \log_5(5x - 8)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 7.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 3x - 2017$ și punctul $A(1, 0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d .
- 5p 6. Arătați că $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\cos x = 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(2))$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(x) + B(x)) = \det(B(x))$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele naturale n și p , știind că $A(n)B(p) = B(3)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + 8X + 3$, unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a , știind că $f(1) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = 6$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 5X + 3$.
- 5p c) Demonstrați că, dacă $a \in (-4, 4)$, atunci polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2018} + 2018x + 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2018(x^{2017} + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a, 2020)$ aparține tangentei la graficul funcției f care trece prin punctul de abscisă $x = 0$ situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are exact două soluții reale distincte.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 2x + 2} dx$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) dx$.
- 5p b) Demonstrați că $I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} = \frac{1}{n}$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.
- 5p c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n = \frac{1}{5}$.