

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați $|3 - 2\sqrt{3}| + |2\sqrt{3} - 4|$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 6x + 2$. Arătați că $f(x) \geq -7$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p 3. După o reducere de 16 %, prețul unui produs este 210 lei. Aflați prețul inițial al produsului.
- 5p 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 5$.
- 5p 5. Determinați ecuația dreptei ce trece prin punctul $A(1; -2)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $x - 2y + 3 = 0$.
- 5p 6. Calculați $\sin 120^\circ + \cos 150^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Fie inelul $(\mathbb{Z}_n; +; \cdot)$, $\mathbb{Z}_n = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \widehat{n-1}\}$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
- 5p a. Aflați inversele elementelor nenule ale inelului $(\mathbb{Z}_n; +; \cdot)$, pentru $n = 5$.
- 5p b. Determinați mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z}_5 \mid x^3 + x = \hat{0}\}$.
- 5p c. Rezolvați în \mathbb{Z}_5 sistemul de ecuații $\begin{cases} x + \hat{2}y = \hat{0} \\ \hat{2}x + \hat{3}y = \hat{3} \end{cases}$
- 5p d. Calculați produsul elementelor inversabile ale inelului $(\mathbb{Z}_6; +; \cdot)$.
- 5p e. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z}_6 ecuația $\hat{2}x + \hat{3} = \hat{5}$.
- 5p f. Rezolvați în \mathbb{Z}_6 sistemul de ecuații $\begin{cases} x + \hat{2}y = \hat{0} \\ \hat{2}x + \hat{3}y = \hat{3} \end{cases}$

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ și mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}$.
- 5p a) Calculați A^3 , unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.
- 5p b) Demonstrați că $I_2 \in M$.
- 5p c) Demonstrați că dacă $X, Y \in M$, atunci $X + Y \in M$.
- 5p d) Demonstrați că $\det(XY - YX) \geq 0$, pentru orice $X, Y \in M$.
- 5p e) Determinați $X \in M$ astfel încât $X^2 = I_2$.
- 5p f) Știind că $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, unde $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{de\ n\ ori}$, determinați matricea $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2013}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 3 ore.