

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră o progresie aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  cu  $a_2 = 7$  și rația  $r = 3$ . Determinați  $a_{10}$ .
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația  $3x^2 - x - 2 \leq 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $243^x = \sqrt{3}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea  $\{0, 1, 2, \dots, 11\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $n! < 1000$ .
- 5p 5. Știind că  $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  și  $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ , determinați numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât  $4\vec{u} - 5\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$ .
- 5p 6. Determinați aria triunghiului  $ABC$  știind că  $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$ ,  $m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$  și lungimea laturii  $[BC]$  este de 8 cm.

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare: 
$$\begin{cases} x + ay - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 4 \\ ax + 2y + z = -2 \end{cases}$$
, unde  $a$  este număr real. Notăm cu  $A$  matricea sistemului.
- 5p a) Calculați  $\det A$ .
- 5p b) Aflați numărul real  $a$  pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) Pentru  $a = 0$ , determinați soluția sistemului.
2. Se consideră polinoamele  $f, g \in \mathbb{Q}[X]$ ,  $f = X^4 + X^3 - X^2 + X + 1$  cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4$  și  $g = X^2 + 3X + 2$ .
- 5p a) Determinați restul împărțirii lui  $f$  la  $g$ .
- 5p b) Calculați  $(1 + x_1) \cdot (1 + x_2) \cdot (1 + x_3) \cdot (1 + x_4)$ .
- 5p c) Calculați  $g(x_1) \cdot g(x_2) \cdot g(x_3) \cdot g(x_4)$ .

## SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3}$ .
- 5p a) Calculați derivata  $f'$  a funcției  $f$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției  $f$  spre  $+\infty$ .
- 5p c) Arătați că  $f$  este mărginită pe  $\mathbb{R}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} xe^{2x}, & x \leq 0 \\ \sin x, & x > 0 \end{cases}$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $f$  admite primitive pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $g: [0; \pi] \rightarrow [0; 1]$ ,  $g(x) = f(x)$ , oricare ar fi  $x \in [0; \pi]$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru efectiv: 3 ore.