

➤ Filieră teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = \frac{2+i}{2-i}$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (a+1)x + 4$, unde a este un parametru real. Să se determine valorile lui a pentru care graficul funcției f intersectează axa Ox în două puncte distincte.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$.
- 5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, \dots, 2013\}$, acesta să fie divizibil cu 4 și cu 9.
- 5p 5. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC știind că $AB = 1$, $BC = 2$ și $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$.
- 5p 6. În reperul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-2, 3)$ și $B(4, -1)$. Să se determine ecuația mediatoarei segmentului AB .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ (3m - 1)x + 2y - mz = 1 \\ 2mx + y - (m + 1)z = 0 \end{cases}$$
, unde m este un parametru real și A matricea asociată sistemului.
- 5p a) Să se calculeze $\det(A)$, $m \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Să se rezolve sistemul pentru $m = 0$.
- 5p c) Pentru $m = 1$ să se calculeze inversa matricei A .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = -xy + 3x + 3y - 6$.
- 5p a) Să se calculeze $C_3^2 \circ A_3^2$.
- 5p b) Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația $x \circ x = -13$.
- 5p c) Arătați că legea „ \circ ” este asociativă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3 & \text{dacă } x \leq 1 \\ \sqrt{x^2 + 1} & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția f să fie continuă în $x_0 = 1$.
- 5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = e$.
- 5p c) Pentru $a = -1$ să se determine ecuația asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcției f .
2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n}{x+1}$.
- 5p a) Să se calculeze $\int_0^1 f_1(x) dx$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 x^2 f_0(x^3) dx$.
- 5p c) Să se arate că $\int_0^1 f_{2011}(x) dx \leq \ln 2$.