

## EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2013- SIMULARE MATEMATICĂ

- Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică - informatică.
- Filieră vocațională, profil militar, specializarea matematică - informatică.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

### SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația  $2\bar{z} + z = 3 + 4i$ .
- 5p 2. Știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt rădăcinile ecuației  $x^2 + 3x + 1 = 0$ , să se calculeze  $x_1^3 + x_2^3$ .
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $1 + 5^x - 2 \cdot 25^x = 0$ .
- 5p 4. Se consideră dezvoltarea  $\left(a^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)^9, a \neq 0$ . Să se determine rangul termenului care-l conține pe  $a^4$ .
- 5p 5. Să se calculeze  $\vec{u} - \vec{v}^2$  știind că  $\vec{u} - \vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  și  $\vec{u} + \vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ .
- 5p 6. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris unui triunghi dreptunghic care are catetele de lungimi 5 și 12.

### SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea  $G = \left\{ X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \right\}$ .
- 5p a) Să se arate că dacă  $A, B \in G$ , atunci  $AB \in G$ .
- 5p b) Să se găsească două matrice  $C, D \in G$  pentru care  $CD \neq DC$ .
- 5p c) Să se arate că, dacă  $A \in G$ , atunci  $I_2 - A + A^2 \in G$ .
2. Se consideră mulțimea  $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ , funcția  $f: \mathbb{Z}[\sqrt{2}] \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  
 $f(a + b\sqrt{2}) = a^2 - 2b^2, \forall a, b \in \mathbb{Z}$  și mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}] \mid f(x) = -1\}$ .
- 5p a) Să se verifice dacă  $7 + 5\sqrt{2} \in A$ .
- 5p b) Să se arate că pentru orice  $x, y \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ ,  $f(xy) = f(x)f(y)$ .
- 5p c) Să se arate că mulțimea  $A$  este infinită.

### SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$ .
- 5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .
- 5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă  $x_0 = 0$ .
- 5p c) Să se calculeze numărul punctelor de inflexiune ale funcției  $f$ .
2. Se consideră funcțiile  $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{1}{n^2 + x^2}, n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p a) Să se calculeze aria suprafeței cuprinsă între graficul funcției  $f_1$ , axele de coordonate și dreapta  $x = 1$ .
- 5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 x (f_1(x))^2 dx$ .
- 5p c) Să se arate că  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f_n(1) + f_n(2) + f_n(3) + \dots + f_n(n)) = \frac{\pi}{4}$ .