

PROBA SCRISĂ LA MATEMATICĂ M\_șt\_nat  
Varianta nr. 1

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Subiectul I:

- (5p) 1. Să se afle cel mai mare element al mulțimii  $A = \{n \in \mathbf{N} \mid 1 - 2^n > -3\}$ .
- (5p) 2. Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \alpha x - 1, \alpha \in \mathbf{R}$ . Să se afle valorile parametrului real  $\alpha$ , știind că are loc relația  $f(1+x) + f(1-x) = 4, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (5p) 3. Să se rezolve ecuația  $2^{x^2+2} = 8^x$ .
- (5p) 4. Să se calculeze  $C_4^3 - 2A_3^1 + P_2$ .
- (5p) 5. Să se calculeze lungimea medianei dusă din vârful  $B$  al triunghiului  $ABC$ , unde  $A(1;0), B(5;1), C(3;6)$ .
- (5p) 6. Să se calculeze  $\sin 135^\circ + \cos \frac{11\pi}{6}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ \alpha x + y + z = \alpha - 1, \alpha \in \mathbf{R} \text{ și } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & 2 \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbf{R}. \\ x + \alpha y + 2z = -1 \end{cases}$
- (5p) a) Să se determine  $\alpha \in \mathbf{R}$  pentru care  $\det A = 0$ ;
- (5p) b) Să se determine inversa matricei  $A$  pentru  $\alpha = 0$ ;
- (5p) c) Să se rezolve sistemul pentru  $\alpha = -1$ .
2. Pe mulțimea  $\mathbf{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 3x - 3y + 12, \forall x, y \in \mathbf{R}$ .
- (5p) a) Să se arate că legea este asociativă;
- (5p) b) Să se arate că legea are element neutru;
- (5p) c) Să se calculeze  $(-\sqrt{2013}) * (-\sqrt{2012}) * \dots * 0 * \dots * \sqrt{2012} * \sqrt{2013}$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Fie  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x + 2012 - 2013 \cdot \sqrt[2013]{x}$
- (5p) a) Să se verifice dacă  $f'(x) = 1 - \frac{1}{2013 \sqrt{x^{2012}}}, \forall x > 0$ ;
- (5p) b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ ;
- (5p) c) Să se arate că  $\frac{x + 2012}{2013} \geq \sqrt[2013]{x}, \forall x > 0$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} x + 1, x < 0 \\ \frac{1}{x + 1} - \sqrt{x}, x \geq 0 \end{cases}$ .
- (5p) a) Să se arate că funcția  $f$  admite primitive pe  $\mathbf{R}$ ;
- (5p) b) Să se calculeze  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ ;
- (5p) c) Să se arate că  $\int_0^1 x f(x^2) dx < 1, \forall x \in [0; 1]$ .