SIMULARE BACALAUREAT, 2013, M_tehnologic

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I_(30 puncte)

5p **1.** Să se arate că $\left(1+\sqrt{2}\right)^2+\left(1-\sqrt{2}\right)^2$ este un număr natural.

5p **2.** Fie funcţia $f:R\to R$, $f(x)=2+x$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+\ldots+f(20)$

5p **3.** Să se rezolve ecuaţia $C_x^2=21$, $x\in N, x\geq 2$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element al mulţimii $\{3,4,5,6\}$, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1)\geq 20$.

5p **5.** Să se determine numărul real m, astfel încât punctele $A(-1,6)$, $B(m,3)$, $C(5,0)$ să fie coliniare.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 25^\circ+\sin^2 65^\circ$.

SUBIECTUL II_(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=I_2+A$.

5p a) Să se verifice că $A^2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

5p b) Să se calculeze inversa matricei B.

5p c) Să se determine $x\in R$ pentru care $B^2=I_2+xA$, unde $B^2=B\cdot B$.

2. Pe mulţimea R se consideră legea de compoziţie $x\circ y=xy-2012(x+y)+2012\cdot 2013$

5p a) Verificaţi dacă $x\circ y=(x-2012)(y-2012)+2012$, pentru $\forall x,y\in R$

5p b) Determinaţi elementul neutru al operaţiei "$\circ$"

5p c) Ştiind că operaţia "$\circ$" este asociativă pe mulţimea R, calculaţi $1\circ 2\circ 3\circ\ldots\circ 2012\circ 2013$.

SUBIECTUL III_(30 puncte)

1. Se consideră funcţia $f:R\to R$, $f(x)=e^x-x$

5p a) Demonstraţi că $f'(x)-f(x)=x-1$, pentru orice $x\in R$

5p b) Scrieţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei f

5p c) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2. Se consideră funcţia $f:[0,1]\to R$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

5p a) Să se arate că orice primitivă F a funcţiei f este crescătoare pe $[0,1]$

5p b) Să se calculeze $\int (x+1)f(x)dx$

5p c) Să se determine primitiva G a funcţiei $g:(0,1]\to R,\ g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$ cu proprietatea că $G(1)=2\ln 2$