

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**SUBIECTUL I (30 puncte)**

- 5p 1. Să se calculeze  $\log_2 \frac{12}{5} - \log_2 3 + \log_2 5$ .
- 5p 2. Să se determine valorile reale ale lui  $m$ , știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - mx - m - 6 = 0$  verifică relația  $4(x_1 + x_2) + x_1 x_2 = 0$ .
- 5p 3. Să se rezolve ecuația  $4^{x+2} = 2^{x^2+5}$ .
4. Să se calculeze numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi cu 6 elemente.
- 5p 5. Se calculeze distanța de la punctul  $A(0,3)$  la dreapta  $d: 4x - 3y - 1 = 0$ .
- 5p 6. Să se determine lungimea segmentului  $BC$  în triunghiul  $ABC$ , știind că  $AC = 6$ ,  $AB = 4$  și  $m(\angle BAC) = 60^\circ$ .

**SUBIECTUL II (30 puncte)**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + 4y + 4z = 15 \\ 3x + (a+4)y + 5z = 22 \\ 3x + 2y + (3-a)z = 16 \end{cases} \quad \text{unde } a \in \mathbb{R}$$
- 5p a) Pentru  $a = 1$  se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.
- 5p b) Să se arate că tripletul  $(7,1,1)$  nu poate fi soluție a sistemului, oricare ar fi  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p c) Să se determine soluția  $(x_0, y_0, z_0)$  a sistemului pentru care  $y_0 + z_0 = 3$ .
2. În mulțimea numerelor reale definim operația  $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$ .
- 5p a) Să se verifice dacă  $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale ecuația,  $x \circ x = 11$ .
- 5p c) Știind că operația " $\circ$ " este asociativă, să se calculeze  $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2013}$ .

**SUBIECTUL III (30 puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + x^2$
- 5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- 5p b) Să se arate că  $f$  este convexă pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p c) Să se arate că funcția  $f$  nu admite asimptote spre  $+\infty$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x - x$
- 5p a) Să se arate că orice primitivă  $F$  a funcției  $f$  este concavă pe  $(1, +\infty)$ .
- 5p b) Să se calculeze  $\int (x - f(x) + \ln x)^2 dx$ .
- 5p c) Să se determine primitiva  $G$  a funcției  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  cu proprietatea că  $G(1) = \frac{1}{2}$ .