



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2013
Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Demonstrați că numărul $E = \sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ este natural.
- 5p 2. Determinați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, știind că reprezentarea sa grafică într-un sistem de axe xOy conține punctele $O(0,0)$, $A(2,2)$ și $B(-1,2)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x - 2) + \log_2(x + 2) = 4$.
- 5p 4. Aflați probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{0,1,2,3,4,5,6\}$, acesta să verifice inecuația $n! < 50$.
- 5p 5. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ de arie 12 și având $AB = 3$. Calculați lungimea vectorului $\overline{AB} - \overline{AD}$.
- 5p 6. Dacă $\sin a = \frac{3}{5}$, $a \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, calculați $\sin 2a = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II - lea

(30 de puncte)

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $A^2 - B$.
- 5p b) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $A^2 \cdot X = I_2$.
- 5p c) Arătați că $\det(I_2 - xA) > 0$, oricare ar fi numărul real x .
2. Fie polinomul $f = X^3 + 2X^2 + aX + b$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p a) Determinați valorile reale ale lui a și b pentru care f este divizibil cu $X^2 + X + 1$.
- 5p b) Pentru $a = 2$ și $b = 1$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.
- 5p c) Notând cu x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului f , determinați valorile reale ale lui a pentru care $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) + x_3(x_3 - 1) = -2$.

SUBIECTUL al III - lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(0,1)$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{2}{3} \leq f(x^4) + f(x^2) \leq 2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.



2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - x^2$
- 5p a) Calculați aria suprafeței mărginite de graficul funcției f , axa Ox și dreptele $x=1$ și $x=2$.
- 5p b) Calculați $\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx$.
- 5p c) Arătați că $(2n+3) \int_0^1 f^{n+1}(x) dx = (2n+2) \int_0^1 f^n(x) dx$, oricare ar fi numărul natural nenul n .