BAREM DE EVALUARE MATEMATICĂ- M1

♦ **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
♦ **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem**

	Subiectul I	**Punctaj**
1.	$z=5+i$; $\|z\|=\sqrt{26}$	**3p** **2p**
2.	$x^3+8=0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot(x^2-2x+4)=0 \Rightarrow$ $x_1=-2$; $x^2-2x+4=0 \Rightarrow x_{2,3}=1\pm i\sqrt{3}$.	 **3p** **2p**
3.	$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2};\cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{1}{2};\cos\frac{7\pi}{3}=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$; $\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{4\pi}{3}+\cos\frac{7\pi}{3}=\frac{1}{2}$.	**3p** **2p**
4.	Numerele prime formate dintr-o singură cifră sunt: $2,3,5,7$; Numărul numerelor de trei cifre este 900; Fie numărul $\overline{abc}, a\in\{2,3,5,7\}$; 1. $a=2 \Rightarrow \overline{2bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere; 2. $a=3 \Rightarrow \overline{3bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere 3. $a=5 \Rightarrow \overline{5bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere; 4. $a=7 \Rightarrow \overline{7bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere; Total=400 numere de trei cifre, cu prima cifră număr prim. $P=\frac{400}{900}=\frac{4}{9}$.	 **1p** **1p** **1p** **2p**
5.	$d(A,d)=\frac{\|3\cdot x_A-4\cdot y_A-4\|}{\sqrt{3^2+4^2}}$; $d(A(-1,-3),d)=\frac{\|-3+12-4\|}{5}=1$.	**3p** **2p**
6.	$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}$; $\cos 120^\circ=\cos(180^\circ-60^\circ)=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}=\frac{4+16-a^2}{16} \Leftrightarrow a^2=28 \Rightarrow$ $a=2\cdot\sqrt{7}$	**1p** **1p** **2p** **1p**
	Subiectul II	

1.	a) A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$; $\det A = -a^3$; $-a^3 \neq 0 \Rightarrow a \in \mathbb{R} - \{0\}$;	**2p** **3p**
	b) $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix} = a^2 \cdot I_3$. $A^2 \cdot X = a^2 \cdot I_3 \cdot X = a^2 \cdot X \cdot I_3 = X \cdot a^2 \cdot I_3 = X \cdot A^2$	**3p** **2p**
	$(a \cdot I_3 + b \cdot A) \in G$ dacă $A \cdot (a \cdot I_3 + b \cdot A) = (a \cdot I_3 + b \cdot A) \cdot A$. c) $A \cdot (a \cdot I_3 + b \cdot A) = A \cdot a \cdot I_3 + A \cdot b \cdot A = a \cdot A \cdot I_3 + b \cdot A^2 = a \cdot I_3 \cdot A + b \cdot A^2 = (a \cdot I_3 + b \cdot A) \cdot A$.	**2p** **3p**
2.	a) $g(X) = (X+1) \cdot (X+2)$.	5p
	b)Polinomul f se divide cu $g \Leftrightarrow (\forall)\alpha \in \mathbb{C}, g(\alpha) = 0 \Rightarrow f(\alpha) = 0$; Rădăcinile polinomului g sunt: $x_1 = -1; x_2 = -2$; $f(-1) = 1 \neq 0 \Rightarrow f$ nu se divide cu g. $f(-2) = 1 \neq 0$	**2p** **1p** **1p** **1p**
	$f : g = q$, rest r, grad r<grad g=2 $\Rightarrow$ grad r $\leq 1 \Rightarrow$ r=$a \cdot X + b, a, b \in \mathbb{R}$; $f = g \cdot q + r \Rightarrow f = \left(X^2 + 3X + 2\right) \cdot q + a \cdot X + b$; $\left.\begin{array}{l} f(-1) = -a + b = 1 \\ f(-2) = -2 \cdot a + b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow a = 0; b = 1; r = 1$	**2p** **1p** **2p**
	Subiectul III	
1.	a) Funcția f' este strict descrescătoare pe $\mathbb{R} \Leftrightarrow f''(x) < 0, (\forall) x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = \frac{1}{e^x + 1}; f''(x) = \frac{-e^x}{\left(e^x + 1\right)^2} < 0, (\forall) x \in \mathbb{R}$.	**2p** **3p**
	b) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \ln \frac{e^x}{e^x + 1} = 0 \Rightarrow y = 0$ asimptotă orizontală spre ∞. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \ln \frac{e^x}{e^x + 1} = -\infty \Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală spre $-\infty$. . Calculăm asimptota oblică spre $-\infty$. Ecuația este	**2p** **1p** **2p**

	$y=mx+n, m \neq 0$ $m = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x-\ln(e^x+1)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{(e^x+1)} = 1$ $n = \lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-m\cdot x) = \lim\limits_{x\to-\infty}(x-\ln(e^x+1)-x) = \lim\limits_{x\to-\infty}(-\ln(e^x+1)) = 0$ Dreapta $y=x$ este asimptotă oblică spre $-\infty$.	
	c). demonstrarea cerinței.	**5p**
2.	a). $\int_1^e f'(x)dx = f(x)\Big\|_1^e = f(e)-f(1) = \frac{1}{2\cdot e}-1.$	**5p**
	b) Fie F o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x)=f(x), x\in[1,\infty)$. F este strict crescătoare pe $[1,\infty)$ dacă $F'(x)>0, (\forall)x\in[1,\infty) \Rightarrow f(x)>0 (A), (\forall)x\in[1,\infty)$.	**2p** **3p**
	c) $A=\int_a^{e^2} f(x)dx = \int_a^{e^2} \frac{1}{x\cdot(1+\ln x)}dx = \int_a^{e^2} \frac{(1+\ln x)'}{1+\ln x}dx = \ln(1+\ln x)\Big\|_a^{e^2} = \ln 3 - \ln(1+\ln a) =$ $\ln\frac{3}{1+\ln a}$; $\ln\frac{3}{1+\ln a} = \ln\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{1+\ln a} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1+\ln a = 2 \Rightarrow a = e \in (1, e^2)$.	**3p** **2p**