

**SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT  
MATEMATICĂ -13 MARTIE 2013 -  
Proba E.c.**

**Barem de corectare și notare**

Varianta 1  
M\_șt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

**SUBIECTUL I**

1.  $\log_3 9 = 2$   $\log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$  2p

$2\log_3^2 9 - 3\log_{\frac{1}{2}} 4 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 14$  3p

2.  $f(1) + \dots + f(20) = 3(1^2 + \dots + 20^2) - (1 + \dots + 20) + 5(1 + \dots + 1) \dots$  3p

$S = 8500$  ..... 2p

3.  $C_6^4 = 15:3$  ..... 1p

$A_5^2 = 20$  ..... 1p

$P_4 = 24:3$  ..... 1p

$P = \frac{2}{3}$  ..... 2p

4.  $a_5 = a_1 + 4r$  (1p)  $\Rightarrow 4r = 8 \Rightarrow r = 2$  (1p), iar  $a_{10} = a_1 + 9r = 3 + 18 = 21$  (1p).

$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = 120$  (2p)

5.  $\sin 135^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  1p

$\cos 300^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$  1p

$\cos 240^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$  1p

$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  1p

$\sin 135^\circ + \cos 300^\circ + \cos 240^\circ - \cos 45^\circ = 0$  1p

6. Teorema cosinusului:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 120^\circ$  ..... 2p

$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$  ..... 2p

$BC = 7$  ..... 1p

**SUBIECTUL II**

1. a)  $\det M(a) = a+1$  ..... 5p

b) Prin calcul direct ..... 5p

c) Din b),  $M^2(a) = M(a^2 + a) = M((a+1)^2 - 1)$  ..... 1p

Presupunem că  $M^n(a) = M((a+1)^n - 1)$  ..... 1p

$M^{n+1}(a) = M^n(a)M(a) = M((a+1)^n - 1)M(a) = M((a+1)^n a - a + (a+1)^n - 1 + a) = M((a+1)^{n+1} - 1)$  .... 3p

2. a)  $x * y = (x-7)(y-7) + 7$  ..... 1p

$x * x * x = (x-7)^3 + 7$  ..... 2p

și deci ecuația este  $(x-7)^3 + 7 = x$  cu soluțiile  $x_1 = 6, x_2 = 7, x_3 = 8$  ..... 2p

b) Prin calcul direct ..... 5p

c) Din b),  $1 * 2 * \dots * 2013 = (1 * \dots * 6) * 7 * (8 * \dots * 2013) = 7$  ..... 5p

**SUBIECTUL III**

1. a)  $f'(x) = 3x^2 \ln x + x^2 = x^2(3 \ln x + 1)$  (2p).  $f(e) + f'(e) = e^3 \ln e$  (1p) +  $e^2(3 \ln e + 1)$  (1p) =  $e^3 + 4e^2 = e^2(e + 4)$  (1p).

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x^2 \ln x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(3 \ln x + 1)}{x^2 \ln x}$  (2p) =  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln x + 1}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 3 + \frac{1}{\ln x} \right)$  (2p) = 3 (1p)

c)  $f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = e^{-\frac{1}{3}}$  (1p)

$f\left(e^{-\frac{1}{3}}\right) = e^{-1} \ln e^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3e}$  (1p).

Folosind monotonia  $\Rightarrow f(x) \geq f\left(e^{-\frac{1}{3}}\right)$  (2p),  $(\forall)x > 0 \Rightarrow f(x) \geq -\frac{1}{3e}$ ,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$  (1p)

2. a)  $\int_0^1 f_1(x) dx = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 2$  ..... 5p

b)  $f_{2013}(x) = \frac{x^{2013}}{x^2+1} \Rightarrow f(-x) = -f(x) \forall x \in \mathbb{R}$  deci funcția este impară ..... 3p

așadar integrala pe orice interval simetric este zero ..... 2p

c)  $f_3(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$  ..... 1p

$f_3'(x) = \frac{x^4+3x^2}{(x^2+1)^2}$  ..... 1p

$f_3'(x) \geq 0 \forall x \in [1, 2] \Rightarrow f_3$  crescătoare ..... 1p

$m = f(1) = \frac{1}{2}$ ,  $M = f(2) = \frac{8}{5}$  ..... 1p

$m(b-a) \leq \int_1^2 f_3(x) dx \leq M(b-a) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \int_1^2 f_3(x) dx \leq \frac{8}{5}$  ..... 1p