Inspectoratul Şcolar Judeţean Constanţa

SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT
Proba scrisă la MATEMATICĂ -13 MARTIE 2013 -
Proba E.c.

Varianta 1
M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera voca□ională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I

5p **1.** Să se determine soluţiile întregi ale inecuaţiei $4x^2+3x-1\le 0$.

5p **2.** Să se determine $x\in\mathbf{R}$ ştiind că numerele $x-2013$, $x-1$, $x+2013$ sunt în progresie geometrică.

5p **3.** Rezolvaţi ecuaţia $10^{2x+1}+10^{x+2}=240, x\in\mathbf{R}$.

5p **4.** Fie mulţimea A=$\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Alegem la întâmplare o submulţime a mulţimii A. Care este probabilitatea ca submulţimea aleasă să aibă două elemente?

5p **5.** Dacă $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ şi $\sin x=\frac{4}{5}$, să se calculeze $\sin 2x$.

5p **6.** Să se determine valoarea lui $m\in\mathbf{R}$ pentru care distanţa dintre punctele $A(2-m,2)$ şi $B(-2,m-2)$ să fie $2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul (S): $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=0 \\ x+y+az=-1 \end{cases}, a\in\mathbf{R}$.

5p **a)** Arătaţi că determinantul matricei sistemului este egal cu $(a+2)\cdot(a-1)^2$

5p **b)** Determinaţi $a\in\mathbf{R}$ astfel încât (S) să nu fie compatibil determinat.

5p **c)** Aflaţi $a\in\mathbf{R}$ astfel încât soluţia unică (x, y, z) a sistemului (S) să formeze o progresie aritmetică de raţie $r=-\frac{2}{5}$.

2. Pe $\mathbf{C}$ se defineşte legea de compoziţie $z*u=zu+i(z+u)-1-i, \forall z, u\in\mathbf{C}$.

5p **a)** Să se calculeze $(1-i)*i$.

5p **b)** Să se arate că există $a\in\mathbf{C}$ astfel încât $z*a=a*z=a, \forall z\in\mathbf{C}$.

5p **c)** Ştiind că legea este asociativă, să se calculeze $(2013-i)*(2012-i)*\cdots*(2012+i)*(2013+i)$

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x-\ln(e^x+1)$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcţia este concavă pe $\mathbf{R}$.

5p **c)** Să se arate că $\frac{1}{e^{k+1}+1}<f(k+1)-f(k)<\frac{1}{e^k+1}$, $\forall k\ge 0$.

2. Fie $I_n=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^n}{1-x}dx, n\in\mathbf{N}$.

5p **a)** Să se arate că $I_{n-1}-I_n=\frac{1}{n\cdot 2^n}, \forall n\ge 1$.

5p **b)** Să se calculeze I_0 şi să se demonstreze că $I_n=\ln 2-\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{k\cdot 2^k}, \forall n\ge 1$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{k\cdot 2^k}=\ln 2$