

Examenul de bacalaureat 2013
Proba E. c) simulare – 18.04.2013

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sun obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Să se ordoneze crescător numerele $3!$, $\sqrt[3]{1000}$, $\log_2 32$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$; $a, b \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$. Să se arate că funcția $f \circ f$ este strict crescătoare.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x + 2^x = 3$.
- 5p 4. Câte numere de patru cifre \overline{abcd} , care au proprietatea $a < b < c < d$, există?
- 5p 5. Să se cerceteze dacă există $a \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{v} = \vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + a\vec{j}$ sunt perpendiculari.
- 5p 6. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{3\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a - \sin 2b = 0$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & m & 4 \\ m & 4 & 5 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z})$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Pentru $m = 3$ să se calculeze $\det(A)$.
- 5p b) Să se determine $m \in \mathbb{Z}$ astfel încât matricea A să aibă rangul 2.
- 5p c) Pentru $m = 3$ să se arate că $\det(A + xI_3) \neq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.
2. Se consideră polinoamele $f, g, h \in \mathbb{R}[X]$, $f = X - 1$, $g = X^3 - 3X^2 - 6X + a$ și $h = X^5 - 7X^4 + 6X^3 + bX^2 + cX + d$.
- 5p a) Arătați că f divide h dacă și numai dacă $b + c + d = 0$.
- 5p b) Pentru $a = 8$, determinați $b, c, d \in \mathbb{R}$ astfel încât h să fie divizibil cu g .
- 5p c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât rădăcinile polinomului g să fie în progresie aritmetică.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}$.
- 5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Să se arate că $f(x) < \sqrt{2} - 1$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- 5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) + \dots + f(\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$ și $F(x) = \int_1^x f(t) dt$.
- 5p a) Determinați punctele de inflexiune ale graficului funcției F .
- 5p b) Calculați $\int_0^1 xf(x) dx$.
- 5p c) Să se determine aria suprafeței mărginite de graficul funcției F , axa OX , dreptele $x = 0$ și $x = 1$.