

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT  
2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI, 26 APRILIE 2013****SUBIECT**

*M\_mate-info* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

**SUBIECTUL I****(30 de puncte)**

- 5p 1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ . Rezolvați ecuația  $f(f(x)) = x$ .
- 5p 2. Determinați suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , dacă  $a_1 = \log_2 4$  și  $a_3 = \log_2 16$ .
- 5p 3. Rezolvați ecuația  $\sqrt{x} = x - 2$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre impare.
- 5p 5. Determinați semnul numărului  $a = \cos 1 \cdot \cos 2$ .
- 5p 6. Calculați lungimea medianei din  $A$  a triunghiului cu vârfurile  $A(2,2), B(2,26), C(12,2)$ .

**SUBIECTUL II****(30 de puncte)**

1. Considerăm matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A \neq 0$ .
- 5p b) Arătați că inversa matricei  $A$  este matricea  $B$ .
- 5p c) Verificați dacă  $(A^n + A)(B^n - B) = B^{n-1} - A^{n-1}$  pentru orice număr natural  $n \geq 2$ .
2. Considerăm polinomul  $f = X^4 - 2X^3 + X^2 - 4 \in \mathbb{R}[X]$ , cu rădăcinile complexe  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .
- 5p a) Arătați că restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X - 1$  este  $-4$ .
- 5p b) Calculați câtul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $(X - 1)^2$ .
- 5p c) Arătați că polinomul  $f$  are exact două rădăcini reale.

**SUBIECTUL III****(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ .
- 5p a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei graficului funcției la  $-\infty$ .
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice număr real  $m > 0$ , ecuația  $f(x) = m$  are o unică soluție în  $\mathbb{R}$ .
2. Pentru  $n$  natural nenul se definește  $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ .
- 5p a) Calculați  $I_1$ .
- 5p b) Arătați că șirul  $I_n$  este convergent.
- 5p c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left( e^n + 2e^n + \dots + ne^n \right)$ .