

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Model

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $(3x+2)^2 = 4$ .
- 5p 2. Determinați numărul real  $m$  pentru care vârful parabolei asociate funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + 3mx + 1$  are abscisa egală cu  $\frac{3}{2}$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2x} = 9$ .
- 5p 4. Calculați  $5C_4^2 - A_5^2$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-6,3)$  și  $B(2,5)$ . Determinați coordonatele mijlocului segmentului  $(AB)$ .
- 5p 6. Calculați lungimea diagonalei  $BD$  a rombului  $ABCD$  în care  $AB = 4$  și  $m(\sphericalangle ABC) = 120^\circ$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real  $x$  se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 2 & -1 & x \\ x & x & 2 \end{pmatrix}$  și se notează determinantul ei cu  $\Delta(x)$ .
- 5p a) Calculați  $\Delta(1)$ .
- 5p b) Arătați că  $\Delta(x) = 6(x^2 - 1)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați inversa matricei  $A(0)$ .
2. În  $\mathbb{R}[X]$  se consideră polinomul  $f = X^3 - X^2 + aX + b$ .
- 5p a) Calculați  $a + b$ , știind că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Pentru  $a = -1$  și  $b = 1$ , determinați rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că  $x_1 = 1$  și  $x_2 = 2$  sunt rădăcini ale polinomului  $f$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln x$ .
- 5p a) Verificați dacă  $f'(x) = 1 + \ln x$ , oricare ar fi  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Arătați că funcția  $f$  este crescătoare pe  $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) \geq -\frac{1}{e}$ , oricare ar fi  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ .
- 5p a) Verificați dacă funcția  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$  este o primitivă a funcției  $f$ .

**5p** b) Calculați  $\int_1^e x \cdot f(x^2) dx$ .

**5p** c) Determinați numărul real  $a > 1$ , pentru care  $\int_1^a \left( f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{3}{2}$ .