

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ se cunosc $a_4 = 7$ și $a_9 = 22$. Calculați a_{14} .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 5 - x$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{3-x} = \frac{1}{4}$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de 3 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $M = \{0, 1, 2, 3\}$.
- 5p** 5. Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$ și $B(3, 0)$. Determinați coordonatele simetricului punctului A față de punctul B .
- 5p** 6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC , știind că $AB = 6$, $AC = 5$ și $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ x + y + az = 2 \end{cases}, \text{ unde } a \in \mathbb{R}.$$
- 5p** a) Calculați determinantul matricei asociate sistemului.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea asociată sistemului este inversabilă.
- 5p** c) Pentru $a = 0$, rezolvați sistemul de ecuații.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 1$.
- 5p** a) Arătați că $x * 1 = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x * x = 4$.
- 5p** c) Determinați numărul natural $n, n \geq 2$, pentru care $C_n^1 * C_n^2 = 14$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{e^x}$.
- 5p** a) Arătați că $\frac{f'(x)}{f(x)} = -\frac{x}{x+1}$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că funcția f este descrescătoare pe $(0, +\infty)$.
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{e^{2x} \cdot f^2(x)}{x}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2012} + x^{2011} + x^2 + x$.
- 5p** a) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , care verifică relația $F(0) = 1$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.
- 5p** c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) - x^{2012} - x^{2011}$.