Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați modulul numărului complex $z=(3+4i)(5-12i)$.

5p **2.** Punctul $V(2,3)$ este vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+ax+b$. Calculați $f(3)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left|\sqrt{x}-1\right|=2$.

5p **4.** Determinați numerele naturale n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^2\leq 4\cdot A_n^1$.

5p **5.** Fie $G(1,0)$ centrul de greutate al triunghiului ABC, unde $A(2,5)$ şi $B(-1,-3)$. Determinați coordonatele punctului C.

5p **6.** Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC ştiind că $AB=AC=5$ şi $BC=8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ a & 1 & 1\\ 3 & 0 & 2\end{pmatrix}$, unde $a\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Calculați $\det A$.

5p **b)** Arătați că rang A = 3, oricare ar fi $a\in\mathbb{Z}$.

5p **c)** Determinați valorile întregi ale lui a ştiind că matricea A^{-1} are toate elementele numere întregi.

2. Se consideră numerele reale a,b,c şi polinomul $f=X^4+aX^3+bX^2+cX+36\in\mathbb{R}[X]$, cu rădăcinile $x_1,x_2,x_3,x_4\in\mathbb{C}$.

5p **a)** Calculați $a+b+c$ în cazul în care restul împărțirii lui f la $X-1$ este 40.

5p **b)** Determinați $c\in\mathbb{R}$ astfel încât $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=\frac{1}{3}$.

5p **c)** Arătați că dacă $a=6$ şi $b=18$, atunci polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=x^4-4\ln x$.

5p **a)** Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe $(0,1]$.

5p **b)** Determinați asimptotele verticale ale graficului funcției f.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$, există un unic număr $x_n\in(0,1]$ pentru care $f(x_n)=n$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\cos x$.

5p **a)** Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției f, axa Ox şi de dreptele de ecuații $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$.

5p **c)** Demonstrați că şirul $(I_n)_{n\geq 1}$, $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^n(x)dx$ este convergent.