

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, cu termeni pozitivi, dacă $b_1 + b_2 = 6$ și $b_3 + b_4 = 24$.
- 5p** 2. Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - a^2)x + 4$ este constantă.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^x$.
- 5p** 4. Determinați numărul termenilor raționali ai dezvoltării $(1 + \sqrt{2})^{10}$.
- 5p** 5. Calculați distanța de la punctul $A(2, 2)$ la dreapta determinată de punctele $B(1, 0)$ și $C(0, 1)$.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are măsura unghiului A de 60° , $AB = 4$ și $AC = 5$. Calculați $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea $H = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A^2 = A\}$.
- 5p** a) Arătați că $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in H$.
- 5p** b) Demonstrați că, dacă $A \in H$, atunci $A^n \in H$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p** c) Arătați că mulțimea H este infinită.
2. Se consideră polinomul $f = (X + i)^{10} + (X - i)^{10}$, având forma algebrică $f = a_{10}X^{10} + a_9X^9 + \dots + a_1X + a_0$, unde $a_0, a_1, \dots, a_{10} \in \mathbb{C}$.
- 5p** a) Determinați restul împărțirii polinomului f la $X - i$.
- 5p** b) Arătați că toți coeficienții polinomului f sunt numere reale.
- 5p** c) Demonstrați că toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x + 4$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p** b) Arătați că graficul funcției f are un punct de inflexiune.
- 5p** c) Arătați că, pentru orice $m \in (0, 8)$, ecuația $f(x) = m$ are exact trei soluții reale distincte.
2. Se consideră funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^{-x}$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 g(x) dx$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 x^5 g(x^3) dx$.
- 5p** c) Demonstrați că șirul $(I_n)_{n \geq 1}$ definit prin $I_n = \int_1^n g(x^3) dx$ este convergent.